ALGACYR MUNHOZ MAEDER

35,-

# CURSO DE MATEMÁTICA

1.º LIVRO - CICLO COLEGIAL

6.ª EDIÇÃO

"Uso autorizado pelo Ministério da Educação e Saúde" - Registro N.º 1135

EDIÇÕES MELHORAMENTOS

R$ 6,00

Nº 34 Ceías

ALGACYR MUNHOZ MAEDER
*Lente Catedrático*
*do Colégio Estadual do Paraná, da Faculdade de Engenharia do Paraná*
*e da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras do Paraná*

# CURSO DE MATEMÁTICA

## 1.º LIVRO

## CICLO COLEGIAL

6.ª EDIÇÃO

1951

EDIÇÕES MELHORAMENTOS

2/V-1

39.º MILHEIRO

Nos pedidos telegráficos basta citar o n.º **820**

# PREFÁCIO

*Destina-se êste livro aos alunos do primeiro ano do ciclo colegial.*

*Seguindo rigorosamente o programa oficial vigente, reunimos no presente volume tôda a matéria que se deve ventilar nos cursos clássico e científico, cujos programas se distinguem apenas em poucos pontos, isto é, no curso científico, são exigidos mais alguns dêles.*

*A matéria consta de três partes distintas: Aritmética teórica, Álgebra e Geometria dedutiva, as quais, como é mister, são aqui tratadas em partes nìtidamente separadas.*

*Vários assuntos, principalmente no domínio da Aritmética teórica, já expostos sob o ponto de vista intuitivo nos primeiros anos do ciclo anterior, são agora encarados segundo o método dedutivo.*

*Em casos semelhantes, procuramos estabelecer a indispensável ligação com o que se estudou antes e evitar, sempre que possível, repetições fastidiosas e improdutivas.*

*Esperamos possa êste trabalho atingir o seu objetivo, que é colaborar com os colegas que nos honram com a sua adoção, no sentido de facilitar-lhes a tarefa árdua do ensino da Matemática no curso secundário.*

ALGACYR MUNHOZ MAEDER

# PROGRAMAS DOS CICLOS COLEGIAIS

## CURSO CLÁSSICO — 1.ª SÉRIE

### ARITMÉTICA TEÓRICA

Unidade I: *A divisibilidade numérica* — 1. Teoremas gerais sôbre divisibilidade. 2. Caracteres de divisibilidade. 3. Teorias do m. m. c. e do m. d. c. 4. Teoria dos números primos; aplicações.

### ÁLGEBRA

Unidade II: *Os polinômios* — 1. Operações algébricas sôbre polinômios. 2. Teoria da divisão de polinômios. 3. Divisão de um polinômio inteiro em $x$ por $x \pm a$; regra e dispositivo prático de Briot-Ruffini.

Unidade III: *O trinômio do 2.º grau* — 1. Decomposição em fatôres do 1.º grau; sinais do trinômio; desigualdades do 2.º grau. 2. Noção de variável e de função; variação do trinômio do 2.º grau; representação gráfica.

### GEOMETRIA

Unidade IV: *O plano e a reta no espaço* — 1. Determinação de um plano. 2. Interseção de planos e retas. 3. Paralelismo de retas e planos. 4. Reta e plano perpendiculares. 5. Perpendiculares e oblíquas de um ponto a um plano. 6. Diedros; planos perpendiculares entre si. 7. Noções sôbre ângulos poliédricos.

Unidade V: *Os poliedros* — 1. Noções gerais. 2. Estudo dos prismas e pirâmides e respectivos troncos; áreas e volumes dêsses sólidos.

---

## CURSO CIENTÍFICO — 1.ª SÉRIE

### ARITMÉTICA TEÓRICA

Unidade I: *As operações aritméticas fundamentais* — 1. Teoria da adição, da subtração, da multiplicação, da divisão, da potenciação e da radiciação de inteiros. 2. Sistemas de numeração.

Unidade II: *A divisibilidade numérica* — 1. Teoremas gerais sôbre divisibilidade. 2. Caracteres de divisibilidade. 3. Teorias do m. d. c. e do m. m. c. 4. Teoria dos números primos; aplicações.

Unidade III: *Os números fracionários* — 1. Teoria das operações aritméticas sôbre números fracionários. 2. Noções sôbre cálculo numérico aproximado. Erros. Operações abreviadas.

### ÁLGEBRA

Unidade IV: *Os polinômios* — 1. Operações algébricas sôbre polinômios. 2. Teoria da divisão de polinômios. 3. Identidade de polinômios; método dos coeficientes a determinar; identidades clássicas. 4. Divisão de um polinômio inteiro em $x$ por $x \pm a$; regra e dispositivo prático de Briot-Ruffini.

Unidade V: *O trinômio do 2.º grau* — 1. Decomposição em fatôres do 1.º grau; sinais do trinômio; inequações do 2.º grau. 2. Noção de variável e de função; variação do trinômio do 2.º grau; representação gráfica. 3. Noções elementares sôbre continuidade e sôbre máximos e mínimos.

### GEOMETRIA

Unidade VI: *O plano e a reta no espaço* — 1. Determinação de um plano. 2. Interseção de planos e retas. 3. Paralelismo de retas e planos. 4. Reta e plano perpendiculares. 5. Perpendiculares e oblíquas de um ponto a um plano. 6. Diedros; planos perpendiculares entre si. 7. Ângulos poliédricos; estudo especial dos triedros.

Unidade VII: *Os poliedros* — 1. Noções gerais. 2. Estudos dos prismas e pirâmides e respectivos troncos; áreas e volumes dêsses sólidos. 3. Teorema de Euler; noções sôbre os poliedros regulares.

# ÍNDICE

## ARITMÉTICA TEÓRICA

UNIDADE I

Capítulo IX: *Máximo divisor comum*



Capítulo X: *Mínimo múltiplo comum*



Capítulo XI: *Números primos*



Capítulo XII: *Os números fracionários*



Capítulo XIII: *Números decimais*



Capítulo XIV: *Noções sôbre cálculo numérico aproximado*



## ÁLGEBRA

### UNIDADE II

Capítulo XV: *Os polinômios; operações algébricas sôbre polinômios*





Capítulo XVI: *Divisão de polinômios*



Capítulo XVII: *Identidade de polinômios*



Capítulo XVIII: *Divisão por* $x+a$



### UNIDADE III

Capítulo XIX: O *trinômio do 2.º grau: decomposição em fatôres; sinais*



Capítulo XX: *Inequações do 2.º grau*



Capítulo XXI: *Noção de variável e de função*



Capítulo XXII: *Variação do trinômio do 2.º grau; representação gráfica*



Capítulo XXIII: *Noções elementares sôbre continuidade e sôbre máximos e mínimos*

GEOMETRIA

UNIDADE IV

Capítulo XXIV: *O plano e a reta no espaço*



Capítulo XXV: *Diedros. Planos perpendiculares entre si*



Capítulo XXVI: *Ângulos poliédricos*



Capítulo XXVII: *Os poliedros*



Capítulo XXVIII: *Volumes dos poliedros*



UNIDADE V

Capítulo XXIX: *Poliedros regulares*



## CAPÍTULO I

# ADIÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS

**1. Soma de números naturais.** — Consideremos dois conjuntos A e B, sem elementos comuns. Juntando todos os objetos contidos em A e B de modo a formarem um só conjunto S, dizemos que êste é a *soma* dos conjuntos dados e que o número que lhe corresponde é a soma dos números correspondentes aos conjuntos A e B [1].

Para indicar que o conjunto S é a soma dos conjuntos A e B, escrevemos

$$S = A + B.$$

Sendo êsse conceito aplicável ao caso de mais de dois conjuntos, podemos adotar, para a soma de números naturais, a definição dada a seguir.

**2. Definição.** — *Soma de dois ou mais números naturais é o número que contém tôdas as unidades dos números dados, e sòmente essas.*

Para indicar que $s$ é a soma dos números $a, b, c, \ldots l$, escreve-se

$$a + b + c + \ldots + l = s.$$

Os números $a, b, c, \ldots l$ denominam-se *parcelas* e $s$ *soma*.

A operação mediante a qual se obtém a soma de dois ou mais números chama-se *adição*.

**3. Observação.** — O conceito de soma pode ser estendido ao caso em que, entre os números dados, figure zero, mediante as relações

$$a + 0 = a,$$

$$0 + 0 = 0,$$

(1) As operações aritméticas fundamentais, bem como as indispensáveis noções sôbre conjuntos, foram apresentadas pràticamente no primeiro ciclo do curso.

as quais nos permitem aplicar as definições enunciadas nos parágrafos anteriores aos números inteiros (1).

Dizemos, então, que

$$a+b=a,$$

se $b=0$, e bem assim que

$$a+b=b,$$

se $a=0$.

Ademais, acentuemos que, de acôrdo com as relações admitidas, a soma de dois números é nula quando êsses números são ambos iguais a zero. — Assim,

$$a+b=0,$$

quando $a=0$ e $b=0$.

4. **Conseqüência.** — *A soma de dois números inteiros é igual ou maior que qualquer dêles.*

Dada a soma

$$a+b=s,$$

temos, pois,

$$s \geqq a \quad \text{e} \quad s \geqq b.$$

5. **Propriedades da adição.** — Da definição de adição decorrem as propriedades enunciadas a seguir.

I. *A adição é operação que conduz sempre a um resultado único.*

Por apresentar esta propriedade, a adição diz-se *unívoca.*

Com efeito, dados dois ou mais números, sua soma é sempre a mesma.

De acôrdo com esta propriedade, considerando as igualdades

$$a=a',$$
$$b=b',$$
$$c=c',$$

temos

$$a+b+c=a'+b'+c',$$

isto é, *somando membro a membro várias igualdades obtém-se outra igualdade.*

(1) Números naturais: 1, 2, 3,... e zero.



II. *A ordem das parcelas não influi na soma.*

Assim, a adição é operação *comutativa.*

Com efeito, se juntarmos aos elementos do conjunto A os elementos do conjunto B, formaremos um novo conjunto S. Evidentemente, êste é o mesmo que se obtém quando juntamos aos elementos de B os elementos de A.

Designando respectivamente por $a$, $b$ e $s$ os números correspondentes aos conjuntos A, B e S, temos, pois,

$$a+b=b+a.$$

III. *A soma não se altera quando se substituem duas ou mais parcelas pela sua soma.*

Assim, a adição é operação *associativa.*

Com efeito, dados os números $a$, $b$ e $c$, somar ao número $a$ o número $b$ e depois o número $c$ é o mesmo que juntar às unidades de $a$ as unidades de $b+c$. — Asssim:

$$a+b+c=a+(b+c).$$

Exemplo:

$$3+5+7=3+12.$$

IV. *A soma não se altera quando se substitui qualquer parcela por duas ou mais das quais a mesma é a soma.*

Por apresentar esta propriedade, diz-se que a adição é operação *dissociativa.*

Com efeito, consideremos a igualdade

$$a+b+c=a+(b+c).$$

De acôrdo com a conhecida propriedade das igualdades, podemos escrever

$$a+(b+c)=a+b+c.$$

A soma efetuada $(b+c)$ fica, dêsse modo, substituída pela soma indicada $b+c$. — Exemplo:

$$5+12=5+4+8.$$

V. *Somando-se o mesmo número aos membros de uma desigualdade, obtém-se outra desigualdade do mesmo sentido* (1).

(1) As principais propriedades das desigualdades foram estabelecidas no primeiro ciclo do curso.

Por apresentar esta propriedade, a adição diz-se operação *monotônica*.

Assim, dados os números $a$ e $b$, sendo

$$a < b,$$

temos
$$a + c < b + c.$$

Exemplo: dados os números

$$5 < 7,$$

temos
$$5 + 3 < 7 + 3.$$

6. **Regra prática da adição.** — A regra prática da adição, já conhecida do estudante, funda-se nas propriedades estabelecidas no parágrafo precedente.

Consideremos o caso geral, que é o da soma de números de vários algarismos.

Seja efetuar a soma seguinte:

$$728 + 269 + 534.$$

Notando que todo número pode ser considerado como a soma dos valores relativos dos seus algarismos, isto é, como a soma das unidades das diversas ordens nêle contidas, temos

$$728 = 700 + 20 + 8$$
$$269 = 200 + 60 + 9$$
$$534 = 500 + 30 + 4.$$

Se somarmos as parcelas que figuram nas somas indicadas dessas igualdades, teremos juntado tôdas as unidades contidas nos números dados, obtendo, dêsse modo, a sua soma.

Por outro lado, como essa soma pode ser efetuada em qualquer ordem, somaremos primeiramente as unidades, depois as dezenas, depois as centenas, etc.

Temos

$$8 \text{ unidades} + 9 \text{ unidades} + 4 \text{ unidades} = 21 \text{ unidades},$$

isto é, duas dezenas e uma unidade.

Somando, agora, as 2 dezenas assim obtidas e as dezenas das parcelas, vem



$$2 \text{ dez.} + 2 \text{ dez.} + 6 \text{ dez.} + 3 \text{ dez.} = 13 \text{ dez.},$$

isto é, uma centena e três dezenas.

Somando a centena assim obtida e as dos números dados, temos

$$1 \text{ cent.} + 7 \text{ cent.} + 2 \text{ cent.} + 5 \text{ cent.} = 15 \text{ cent.},$$

isto é, um milhar e cinco centenas.

Encontramos, dêsse modo, um número formado de 1 milhar, 5 centenas, 3 dezenas e 1 unidade. — Portanto:

$$728 + 269 + 534 = 1\,531.$$

7. **Prova da adição.** — *Prova* de uma operação é outra operação que se efetua para verificar a possibilidade de exatidão do resultado obtido na primeira.

Pode-se fazer a prova da adição, alternando-se a ordem das parcelas e efetuando-a novamente. De acôrdo com a *propriedade comutativa*, o segundo resultado deve ser igual ao primeiro.

Outra prova usada na adição é a seguinte: somam-se separadamente as parcelas em grupos, depois somam-se os totais obtidos. De acôrdo com a *propriedade associativa*, o segundo resultado deve ser igual ao primeiro.

Devemos acentuar que, quando nas duas operações se obtém o mesmo resultado, é *provável* que êste seja a soma procurada; quando os resultados obtidos são diferentes, uma das operações está errada.

8. **Observação.** — Além das aplicações citadas nos parágrafos anteriores — prática da operação e sua prova — as propriedades da adição aplicam-se ao cálculo mental, permitindo substituir uma soma dada por somas de números cujos resultados se possam obter com maior facilidade (1).

9. **EXERCÍCIOS.**

1. Que propriedade justifica a igualdade

$$a + b + c = b + c + a.$$

R. comutativa.

(1) *Curso de Matemática*, 1.ª série, 1.º ciclo, capítulo X.

2. Que propriedade justifica a igualdade

$$5+4+7=9+7.$$

R. associativa.

3. Que propriedade justifica a igualdade

$$5+10=5+2+4+4.$$

R. dissociativa.

4. Que propriedades justificam a igualdade

$$a+2+b+3+c+4=(a+b+c)+9.$$

R. comutativa e associativa.

5. Que propriedades justificam a igualdade

$$12+(a+b)=a+b+4+8.$$

R. dissociativa e comutativa.

CAPÍTULO II

## SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS

10. **Definição.** — *Diferença de dois números inteiros, enunciados em certa ordem, é um terceiro número que, somado ao segundo, dá como resultado o primeiro.*

Assim, designando por $a$, $b$ e $d$ três números inteiros e sendo

$$d+b=a.$$

diz-se que $d$ é a diferença dos números $a$ e $b$ e escreve-se

$$a-b=d.$$

O primeiro número denomina-se *minuendo* e o segundo *subtraendo;* a operação mediante a qual se obtém a diferença de dois números chama-se *subtração.*

Pode-se também dar à diferença de dois números, $a$ e $b$, a denominação de *resto* ou de *excesso* de $a$ sôbre $b$.

11. **Condições de possibilidade.** — Tendo em conta que o minuendo é igual à soma do subtraendo com o resto,

$$a=b+d,$$

para que a subtração seja possível, o minuendo deve ser igual ou maior que o subtraendo.

Assim, dada a diferença

$$a-b=d,$$

deve-se ter

$$a \geq b.$$

12. **Operações diretas e inversas.** — Designemos por $a$, $b$ e $c$ três números tais que

$$c=a+b. \qquad (1)$$

De acôrdo com a propriedade comutativa da adição, temos

$$c = b + a. \qquad (2)$$

Das relações (1) e (2), deduzimos, por definição de diferença,

$$c - a = b,$$
$$c - b = a.$$

Tendo em vista essas igualdades, pode-se dizer que a subtração consiste em, dada a soma de dois números e um dêles, determinar o outro.

Como vimos, na adição de dois números dados, deduz-se diretamente outro, chamado *resultado;* na subtração, conhecido o resultado da adição e um dos dados, deduz-se o outro dado.

Dizemos, então, que a adição é *operação direta* e que a subtração é *operação inversa* da adição, ou simplesmente, que adição e subtração são *operações inversas.*

13. **Propriedades da subtração.** — I. *A subtração é operação que conduz sempre a um resultado único.*

Assim, a subtração é operação *unívoca.*

Com efeito, a subtração

$$a - b$$

não pode produzir resultados diferentes, por isso que, de acôrdo com a propriedade unívoca da adição, só há um número que, somado a $b$, dá como resultado o número $a$.

Esta propriedade pode ser também enunciada assim: dadas as igualdades

$$a = a',$$
$$b = b',$$

temos
$$a - b = a' - b',$$

isto é, *subtraindo membro a membro duas igualdades, obtém-se outra igualdade.*

II. *Subtraindo o mesmo número dos membros de uma desigualdade, obtém-se outra desigualdade do mesmo sentido.*

Esta é a propriedade *monotônica* da subtração.

Assim, dada a desigualdade

$$a < b,$$

dizemos que
$$a - c < b - c.$$



Com efeito, admitindo que

$$a - c \geq b - c,$$

teríamos, somando $c$ a ambos os membros desta desigualdade, pela propriedade monotônica da adição,

$$a \geq b,$$

o que é contrário à hipótese. — Portanto:

$$a - c < b - c.$$

Exemplo: dada a desigualdade

$$10 < 12,$$

temos
$$10 - 4 < 12 - 4,$$
$$6 < 8.$$

14. **Princípios gerais.** — I. *A diferença de dois números não se altera somando-se ou subtraindo-se o mesmo número ao minuendo e ao subtraendo.*

Seja a diferença

$$a - b = c.$$

Por definição, temos

$$c + b = a.$$

Somando aos membros desta igualdade o número $d$, vem

$$c + b + d = a + d,$$

ou, conforme a propriedade associativa da adição,

$$c + (b + d) = a + d.$$

Indicando esta igualdade que o número $c$, somado com $(b + d)$, dá como resultado $(a + d)$, segue-se que $c$ é a diferença dos números $(a + d)$ e $(b + d)$. — Logo:

$$(a + d) - (b + d) = c.$$

De modo análogo, demonstra-se a segunda parte da proposição.

Exemplos:

$$15 - 7 = (15 + 3) - (7 + 3) = 8,$$

$$12-8=(12-5)-(8-5)=4.$$

II. *Para somar um número à diferença indicada de dois outros, basta somá-lo ao minuendo e do resultado subtrair o subtraendo.*

Assim, dizemos que

$$(a-b)+c=(a+c)-b.$$

Com efeito, seja a diferença

$$a-b=d.$$

De acôrdo com a definição, temos

$$d+b=a.$$

Somando o número $c$ aos membros desta igualdade, vem

$$(d+b)+c=a+c,$$

ou, tendo em vista as propriedades da adição,

$$(c+d)+b=a+c.$$

Notando que $(c+d)$, somado a $b$, dá como resultado $(a+c)$, segue-se que $(c+d)$ é a diferença de $(a+c)$ e $b$:

$$a+c-b=c+d.$$

Substituindo $d$ por $a-b$, vem

$$a+c-b=c+a-b,$$
$$(a-b)+c=(a+c)-b.$$

Exemplo:

$$(9-5)+4=(9+4)-5=8.$$

III. *Para subtrair de um número uma soma indicada, subtraem-se dêsse número sucessivamente as parcelas da soma.*

Assim, dizemos que

$$a-(b+c)=a-b-c.$$

Fazendo

$$a-(b+c)=s,$$

temos, de acôrdo com a definição de diferença



$$s+(b+c)=a,$$

ou, tendo em vista as propriedades da adição,

$$(s+c)+b=a,$$

ou, ainda, por definição de diferença,

$$s+c=a-b,$$
$$s=a-b-c.$$

Portanto:

$$a-(b+c)=a-b-c.$$

Exemplo:

$$15-(3+4)=15-3-4=8.$$

IV. *Para subtrair de um número uma diferença indicada, soma-se êsse número ao subtraendo e do resultado subtrai-se o minuendo.*

Assim, dizemos que

$$a-(b-c)=(a+c)-b.$$

Façamos

$$a-(b-c)=s.$$

Somando $c$ aos dois têrmos do primeiro membro, com o que essa relação não se altera, vem

$$a+c-(b-c+c)=s,$$
$$a+c-b=s.$$

Portanto:

$$a-(b-c)=a+c-b.$$

Exemplo:

$$16-(7-5)=16+5-7=14.$$

15. **Regra prática da subtração.** — A regra prática da subtração funda-se nas propriedades estabelecidas nos parágrafos anteriores.

Seja efetuar a subtração seguinte:

$$865-523.$$

Notemos que o minuendo é formado de 8 centenas, 6 dezenas e 5 unidades, e o subtraendo de 5 centenas, 2 dezenas e 3 unidades.

Subtraindo as unidades de cada ordem do subtraendo das unidades de mesma ordem do minuendo, vem

5 unidades — 3 unidades = 2 unidades
6 dezenas — 2 dezenas = 4 dezenas
8 centenas — 5 centenas = 3 centenas.

Obtemos, dêsse modo, a diferença

$$865 - 523 = 342.$$

Se alguma dessas subtrações não fôr possível, acrescentam-se ao algarismo do minuendo dez de suas unidades e ao subtraendo uma unidade de ordem imediatamente superior, com o que a diferença não se altera, pois a unidade somada ao subtraendo equivale às dez somadas ao minuendo.

16. **Prova da subtração.** — Pode-se fazer a prova da subtração, somando o resto ao subtraendo; conforme a definição, o resultado assim obtido deve ser igual ao minuendo.

Outra prova usada na subtração consiste em subtrair o resto do minuendo e verificar se essa diferença é igual ao subtraendo (n.º 12).

17. **Expressões numéricas.** — Consideremos a expressão

$$S = a - b - c + d,$$

denominando têrmos *aditivos* os precedidos do sinal + e *subtrativos* os precedidos do sinal —.

De acôrdo com os princípios estabelecidos, podemos escrever

$$a - b - c + d = a - (b + c) + d = (a + d) - (b + c).$$

Portanto: $S = (a + d) - (b + c).$

*O valor de uma expressão numérica é igual à diferença entre a soma dos seus têrmos aditivos e a soma dos seus têrmos subtrativos.*

18. **Complemento aritmético.** — Dá-se a denominação de *complemento aritmético* de um número à diferença entre a unidade decimal que lhe é imediatamente superior e o próprio número.

Assim, o complemento aritmético de

$$3\,528 \quad \text{é} \quad 6\,472,$$



por isso que

$$10\,000 - 3\,528 = 6\,472.$$

Estabeleçamos a regra prática para a obtenção do complemento aritmético de um número qualquer. — Seja, por exemplo, o número

$$5\,432.$$

Conforme a definição, temos

$$c = 10\,000 - 5\,432.$$

Mas, fazendo

$$10\,000 = 9\,990 + 10,$$

podemos escrever

$$c = 9\,990 + 10 - 5\,432,$$

expressão que equivale às seguintes:

$$9\,990 + 10 - 5\,432 = (9\,990 + 10) - (5\,430 + 2) =$$
$$= 9\,990 + 10 - 5\,430 - 2 = (9\,990 - 5\,430) + (10 - 2) =$$
$$= 4\,560 + 8 = 4\,568.$$

Portanto

$$c = 4\,568.$$

Assim, para obter o complemento aritmético de um número, subtrai-se de 9 cada algarismo do número dado, exceto o último significativo à direita, que se subtrai de 10, conservando-se os zeros finais.

19. **Exercícios resolvidos.** — 1.º *Que alteração sofre a diferença de dois números quando se somam* m *unidades ao maior e se subtraem* n *unidades do menor?*

Consideremos os números

$$a > b,$$

cuja diferença é

$$a - b.$$

Indicando as operações expressas no enunciado, os números que figuram na nova subtração representam-se do modo seguinte:

$$a + m,$$
$$b - n,$$

e a diferença entre ambos assim:

$$(a + m) - (b - n).$$

Aplicando os princípios conhecidos, podemos escrever

$$(a+m)-(b-n)=a+m-b+n=(a-b)+(m+n).$$

A diferença dos números dados aumenta, portanto, de

$$(m+n).$$

2.º *A soma dos três números que figuram em uma subtração é 58. Achar o minuendo.*

Designando respectivamente por $m$, $s$ e $r$ o minuendo, o subtraendo e o resto, temos

$$m+s+r=58.$$

Mas, pela definição de diferença, sabemos que

$$m=s+r.$$

Em vista desta relação, a igualdade precedente equivale às seguintes:

$$m+m=58,$$
$$2m=58.$$

Assim, a soma dos três números que figuram na subtração é igual ao dôbro do minuendo. — Logo:

$$m=29.$$

3.º *Que resultado se obtém juntando a diferença de dois números à sua soma, e subtraindo a diferença dos mesmos números de sua soma?*

Sejam

$$a>b$$

os números dados.

Indicando as operações expressas no enunciado, vem

$$(a-b)+(a+b),$$
$$(a+b)-(a-b).$$

No primeiro caso, temos

$$(a-b)+(a+b)=a-b+a+b=2a.$$

No segundo caso, temos

$$(a+b)-(a-b)=a+b-a+b=2b.$$

Assim, juntando a diferença de dois números à sua soma, obtém-se o dôbro do maior; subtraindo a diferença de dois números de sua soma, obtém-se o dôbro do menor.

**20. Exercícios propostos.**

1. Qual a alteração da soma de dois números quando se substituem êsses números pelos seus consecutivos? R. aumenta de 2.



2. Que alteração sofre a diferença de dois números quando se somam 5 unidades ao maior e 2 unidades ao menor? R. aumenta de 3.

3. Qual a alteração da diferença de dois números quando se subtraem 7 unidades do minuendo e 3 do subtraendo? R. diminui de 4.

4. Que alteração sofre a diferença de dois números quando se somam 3 unidades ao maior e se subtraem 2 unidades do menor? R. aumenta de 5.

5. Qual a alteração da diferença de dois números quando se subtraem 5 unidades do minuendo e se somam 7 unidades ao subtraendo? R. diminui de 12.

6. A soma dos três números que figuram em uma subtração é 90. Achar o minuendo. R. 45.

7. A soma dos três números que figuram em uma subtração é 150 e o resto é 35. Achar o subtraendo. R. 40.

8. Achar os três números que figuram em uma subtração, sabendo-se que a sua soma é 160 e que o resto excede o subtraendo de 10. R. 80, 35 e 45.

9. A soma dos três números que figuram em uma subtração é 168. Achar o resto, sabendo-se que o mesmo é igual ao subtraendo. R. 42.

10. Dados os números $a<b<c<\ldots<l$, achar a soma das diferenças que se obtêm subtraindo cada número do que se lhe segue imediatamente. R. $s=l-a$.

FLÓRIAN

Felix Salten, o apaixonado amigo dos animais, constitui-se em um clássico da literatura juvenil européia. Como contribuição aos jovens leitores da língua portuguêsa as "Edições Melhoramentos" propuseram-se traduzir suas obras e assim já surgiram, e vitoriosamente, nos anais de nossas publicações,

**RENNI,**
HISTÓRIA DE UM CÃO DE GUERRA

**FLÓRIAN,**
O CAVALO DO IMPERADOR

**PERRI,**
O JOVEM ESQUILO

**BAMBI**

**OS FILHOS DE BAMBI**

**DJIBI, A GATINHA,**

seis obras-primas que não poderão faltar em sua estante.

EDIÇÕES MELHORAMENTOS

N.º 820